



CANPOINT®

# 全品

# 高考复习方案

主编：肖德好

B版

数学 RJA  
夯实版

作业手册

## 第2讲 常用逻辑用语 (时间:30分钟)

### 一、单项选择题(本大题共7小题)

1. [2023·天津宁河区一中期末] 已知命题  $p: \forall x > 0, (x+1)e^x > 1$ , 则  $p$  的否定为 ( )

- A.  $\exists x > 0, (x+1)e^x \leq 1$   
 B.  $\forall x > 0, (x+1)e^x \leq 1$   
 C.  $\forall x \leq 0, (x+1)e^x \leq 1$   
 D.  $\exists x \leq 0, (x+1)e^x \leq 1$

2. [2023·江西吉安期末] “ $x > 0$ ”是“ $x \geq 3$ ”的 ( )

- A. 必要不充分条件  
 B. 充分不必要条件  
 C. 充要条件  
 D. 既不充分也不必要条件

3. [2023·江西九江模拟] 若“ $x=1$ ”是“ $x > a$ ”的充分条件, 则实数  $a$  的取值范围为 ( )

- A.  $(-\infty, 0)$                       B.  $(0, +\infty)$   
 C.  $(-\infty, 1)$                       D.  $(0, 1]$

4. [2023·山东青岛模拟] 下列命题为真命题的是 ( )

- A. 所有梯形的对角线都不互相垂直  
 B.  $\forall x \in \{y | y \text{ 是无理数}\}, x^3 \text{ 是无理数}$   
 C. 在平面直角坐标系中, 至少有一个二次函数的图象与  $y$  轴不相交  
 D. 命题“至少有一个整数  $n$ , 使得  $n^2 + n$  为奇数”的否定

5. [2023·广州期末] 已知  $p: \forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x - a > 0$ . 若  $p$  为假命题, 则实数  $a$  的取值范围是 ( )

- A.  $a > -1$                       B.  $a < -1$   
 C.  $a \geq -1$                       D.  $a \leq -1$

6. [2023·辽宁葫芦岛模拟] 若“ $1 < x < 2$ ”是“ $|x - 2m| < 1$ ”的充分不必要条件, 则实数  $m$  的取值范围为 ( )

- A.  $[\frac{1}{2}, 1)$                       B.  $(\frac{1}{2}, 1]$   
 C.  $[\frac{1}{2}, 1]$                       D.  $(\frac{1}{2}, 1)$

7. [2024·江苏宿迁期末] 若“ $\forall x \in (0, +\infty), x^2 + ax + a + 3 \geq 0$ ”为假命题, 则实数  $a$  的取值范围是 ( )

- A.  $(-\infty, -2) \cup (6, +\infty)$   
 B.  $(-\infty, -2)$   
 C.  $[-2, 6]$   
 D.  $[2 - \sqrt{7}, 2 + \sqrt{7}]$

### 二、多项选择题(本大题共2小题)

8. [2023·湖南常德模拟] 下列说法正确的是 ( )

- A. “ $x < 1$ ”是“ $\frac{1}{x} > 1$ ”的充分不必要条件  
 B. 命题“ $\forall x < 1, x^2 < 1$ ”的否定是“ $\exists x < 1, x^2 \geq 1$ ”  
 C.  $x + y = 0$  的充要条件是  $\frac{x}{y} = -1$   
 D. 若  $x + y > 2$ , 则  $x, y$  至少有一个大于 1

9. [2023·福建厦门模拟] 已知集合  $A = \{x | x > 0\}, B = \{x | x \geq a\}$ , 若  $x \in A$  是  $x \in B$  的充分条件, 则  $a$  的值可能是 ( )

- A. -1                                  B. 0  
 C. 1                                      D. 2

### 三、填空题(本大题共3小题)

10. [2023·广东四校联考] “ $x < -1$ ”是“ $x^2 > 1$ ”的\_\_\_\_\_条件. (选填“充分必要”“充分不必要”“必要不充分”“既不充分也不必要”)

11. [2023·辽宁锦州质检] 若  $p: \forall x \in \mathbf{R}, x^2 - \lambda x + 2 \geq 0$  为假命题, 则实数  $\lambda$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

12. [2023·北京五中期末] 能够说明“若  $0 < a < b < c$ , 则  $a < bc$ ”是假命题的一组实数  $a, b, c$  的值依次为\_\_\_\_\_.

## 第4讲 基本不等式 (时间:40分钟)

## 一、单项选择题(本大题共8小题)

1. [2024·山西朔州怀仁一中期中] 若  $x < 0$ , 则函数  $y = 2 + x + \frac{3}{x}$  有 ( )
- A. 最小值  $2 + 2\sqrt{3}$   
 B. 最大值  $2 - 2\sqrt{3}$   
 C. 最小值  $2 - 2\sqrt{3}$   
 D. 最大值  $2 + 2\sqrt{3}$
2. [2024·山东菏泽期中] 设实数  $x, y$  满足  $x + y = 1, y > 0, x > 0$ , 则  $\frac{2}{x} + \frac{x}{y}$  的最小值为 ( )
- A.  $2\sqrt{2} - 2$                       B.  $2\sqrt{2} + 2$   
 C.  $\sqrt{2} - 1$                         D.  $\sqrt{2} + 1$
3. [2024·贵州黔西期中]  $y = \frac{x^2 + 5x + 8}{x + 1} (x > -1)$  的最小值为 ( )
- A. 4                                      B. 7  
 C. 11                                     D. 24
4. [2024·沈阳联考] 已知  $a > 0, b > 0$ , 且  $3a + 4b = 4$ , 则  $ab$  的最大值为 ( )
- A. 1                                      B.  $\frac{2}{3}$   
 C.  $\frac{1}{3}$                                      D.  $\frac{1}{2}$
5. [2024·河北秦皇岛联考] 正数  $x, y$  满足  $xy + y = 8$ , 则  $\log_4 x + \log_2 y$  的最大值为 ( )
- A. 1                                      B. 2  
 C. 3                                      D. 4
6. 若正数  $x, y$  满足  $x + 3y = 5xy$ , 则  $3x + 4y$  的最小值是 ( )
- A. 2                                      B. 3  
 C. 4                                      D. 5
7. 设某批产品的产量为  $x$  (单位: 万件), 总成本  $c(x) = 100 + 13x$  (单位: 万元), 销售单价  $p(x) = \frac{800}{x + 2} - 3$  (单位: 元). 若该批产品全部售出, 则总利润(总利润 = 销售收入 - 总成本)最大时的产量为 ( )
- A. 7 万件                                B. 8 万件  
 C. 9 万件                                D. 10 万件
8. [2024·黑龙江哈尔滨九中期中] 已知正实数  $m, n$  满足  $m + n = 1$ , 则  $\sqrt{m} + \sqrt{n}$  的最大值是 ( )
- A. 2                                      B.  $\sqrt{2}$   
 C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                                      D.  $\frac{1}{2}$

班级

姓名

答题卡

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

## 二、多项选择题(本大题共3小题)

9. 已知  $a > 0, b > 0$ , 则下列说法正确的有 ( )

A. 若  $ab = 1$ , 则  $a^2 + b^2 \geq 2$

B. 若  $ab = 1$ , 则  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq 2$

C. 若  $a + b = 1$ , 则  $a^2 + b^2 \leq \frac{1}{2}$

D. 若  $a + b = 1$ , 则  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq 4$

10. [2023·海南海口华侨中学模拟] 已知  $a > 0, b > 0$ , 且  $a + 2b = 2$ , 则 ( )

A.  $ab$  的最大值为  $\frac{1}{2}$

B.  $a + \frac{4}{a}$  的最小值为 4

C.  $a^2 + 4b^2$  的最小值为 2

D.  $\frac{2}{a} + \frac{1}{b}$  的最大值为 4

11. [2024·广东中山华侨中学期中] 下列命题中为真命题的是 ( )

A. 当  $x > 1$  时,  $x + \frac{1}{x-1}$  的最小值是 3

B.  $\frac{x^2+5}{\sqrt{x^2+4}}$  的最小值是 2

C. 当  $0 < x < 10$  时,  $\sqrt{x(10-x)}$  的最大值是 5

D. 若正数  $x, y$  满足  $x + 2y = 3xy$ , 则  $2x + y$  的最大值为 3

## 三、填空题(本大题共3小题)

12. [2024·湖南岳阳一中期中] 已知正数  $x, y$  满足  $x(x+2y) = 9$ , 则  $\frac{y}{(x+y)^2}$  的最大值为 \_\_\_\_\_.13. [2024·南宁武鸣区调研] 已知  $A, B$  两城市的距离是 100 km, 根据交通法规, 两城市之间的公路车速应限制在 50~100 km/h, 假设油价是 6 元/L, 以  $x$  km/h 的速度行驶时, 汽车的耗油率为  $(3 + \frac{x^2}{360})$  L/h, 其他费用是 36 元/h, 则这次行车的总费用最少时的车速是 \_\_\_\_\_ km/h. (精确到 1 km/h, 参考数据  $\sqrt{10} \approx 3.162$ )14. 已知  $x, y$  为正实数, 且满足  $x + y = 1$ , 则  $(x + \frac{1}{x})^2 + (y + \frac{1}{y})^2$  的最小值为 \_\_\_\_\_.

## 第6讲 函数的概念及其表示 (时间:45分钟)

### 一、单项选择题(本大题共7小题)

1. [2023·湖南邵阳期末] 已知  $f(x) = \frac{\sqrt{1-x}}{x}$ , 则  $f(x)$  的定义域是 ( )
- A.  $(-\infty, 0)$   
 B.  $(-\infty, 0) \cup (0, 1]$   
 C.  $(-\infty, 0) \cup (0, 1)$   
 D.  $(1, +\infty)$
2. [2023·武汉重点中学4G联合体联考] 已知函数  $f(x+2)$  的定义域为  $(-1, 1)$ , 则函数  $f(2x-1)$  的定义域为 ( )
- A.  $(-1, 1)$                       B.  $(-3, 1)$   
 C.  $(0, 1)$                         D.  $(1, 2)$
3. [2023·哈尔滨三中期末] 已知函数  $f(x)$  满足  $f(x+1) = x^2 + 4x + 3$ , 则  $f(x)$  的解析式是 ( )
- A.  $f(x) = x^2 + 2x$   
 B.  $f(x) = x^2 + 2$   
 C.  $f(x) = x^2 - 2x$   
 D.  $f(x) = x^2 - 2$
4. [2023·福建福清期末] 已知函数  $f(x) = \begin{cases} 3^x, & x \leq 1, \\ -x, & x > 1, \end{cases}$  则  $f[f(2)] =$  ( )
- A.  $\frac{1}{3}$                                 B.  $\frac{1}{9}$   
 C. 2                                    D. -2
5. [2023·四川凉山期末] 若  $f(x+1) = x^2 + 1$ , 且  $f(a) = 1$ , 则  $a =$  ( )
- A. 0                                    B. 1  
 C. -1                                  D. 2
6. [2024·兰州五中期末] 已知一次函数  $f(x)$  满足  $f(x+2) - 2f(2x+1) = -9x - 4$ , 则  $f(x)$  的解析式为 ( )
- A.  $f(x) = -2x - 4$   
 B.  $f(x) = -2x + 3$   
 C.  $f(x) = 3x + 4$   
 D.  $f(x) = -3x + 2$

7. 已知  $f(x) = \begin{cases} 2x+3, & x \leq 0, \\ -(x-1)^2, & x > 0, \end{cases}$  则使  $f(x) \geq -1$  成立的  $x$  的取值范围是 ( )
- A.  $[-2, 2]$                           B.  $[-2, 0]$   
 C.  $[-2, 2)$                         D.  $(0, 2]$

### 二、多项选择题(本大题共2小题)

8. [2024·甘肃会宁四中期末] 下列各组函数不是同一个函数的是 ( )
- A.  $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$  与  $g(x) = \sqrt{x-2} \cdot \sqrt{x+2}$   
 B.  $f(x) = \frac{|x|}{x}$  与  $g(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0, \\ -1, & x < 0 \end{cases}$   
 C.  $f(x) = x + 2$  与  $g(t) = \sqrt[3]{t^3} + 2$   
 D.  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$  与  $g(x) = x + 1$
9. [2023·贵州毕节期末] 已知函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 6, & x \leq 0, \\ 2x - 1, & x > 0, \end{cases}$  若  $f(x) = 15$ , 则  $x$  的值可以为 ( )
- A. -3                                  B. 3  
 C. 7                                    D. 8

### 三、填空题(本大题共3小题)

10. [2023·北京石景山区期末] 函数  $f(x) = \sqrt{4-x^2} + \frac{1}{x}$  的定义域为\_\_\_\_\_.
11. [2023·广西防城港质检] 已知  $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 5(x < 0), \\ f(x-3)(x \geq 0), \end{cases}$  则  $f(10) =$ \_\_\_\_\_.
12. [2023·山东淄博六中期末] 设定义在  $(0, +\infty)$  上的函数  $g(x)$  满足  $g(x) = 2\sqrt{x} \cdot g\left(\frac{1}{x}\right) - 1$ , 则  $g(x) =$ \_\_\_\_\_.

班级

姓名

答题卡

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

四、解答题(本大题共 2 小题)

13. [2023·辽宁铁岭六校联考] 已知函数  $f(x)$ ,  $g(x)$  满足  $f(2x-1) + g(x+1) = 4x^2 - 2x - 1$ .

(1) 求  $f(3) + g(3)$  的值;

(2) 若  $g(x) = 2x$ , 求  $f(x)$  的解析式与最小值.

14. [2023·安徽六安青山中学期末] 已知函数

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & (x \leq 1), \\ x^2 & (1 < x < 2), \\ 2x & (x \geq 2). \end{cases}$$

(1) 求  $f(3), f\left(\frac{3}{2}\right), f[f(0)]$  的值;

(2) 若  $f(a) \leq 5$ , 求  $a$  的取值范围.

## 第 8 讲 函数的奇偶性和周期性 (时间: 40 分钟)

### 一、单项选择题 (本大题共 8 小题)

1. [2023·天津崇化中学期末] 下列函数中, 是偶函数且在  $(0, +\infty)$  上单调递减的是 ( )

- A.  $y=x^2$                       B.  $y=-\sqrt{x}$   
C.  $y=x+1$                      D.  $y=\frac{3}{|x|}$

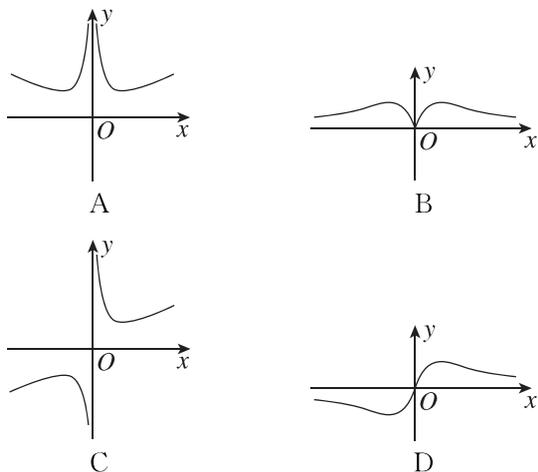
2. [2023·衡水二中模拟] 已知定义在  $\mathbf{R}$  上的函数  $f(x)$  满足  $f(x+3)=-f(x)$ ,  $g(x)=f(x)-2$  为奇函数, 则  $f(198)=$  ( )

- A. 0                                B. 1  
C. 2                                D. 3

3. [2023·辽宁五校联考] 已知  $f(x)$  是定义域为  $\mathbf{R}$  的函数,  $f(x+2)$  为奇函数,  $f(2x+1)$  为偶函数, 则 ( )

- A.  $f(1-x)+f(1+x)=0$   
B.  $f(-x)=f(x)$   
C.  $f(x)=f(x+4)$   
D.  $f(1-x)=f(x)$

4. [2023·河北唐山期末] 已知函数  $f(x)=\frac{2x}{x^2+1}$ , 则其图象大致为 ( )



5. 已知函数  $f(x)=x^3+\frac{b}{x}+3$  ( $b \in \mathbf{R}$ ), 若  $f(-m)=2$ , 则  $f(m)=$  ( )

- A. -2                              B. 2  
C. -4                              D. 4

6. [2024·湖北黄冈期末] 已知函数  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的奇函数,  $f(1)=5$  且  $f(x+3)=-f(x)$ , 则  $f(2022)+f(2023)=$  ( )

- A. -5                                B. 2  
C. 0                                 D. 5

7. [2023·浙江乐清中学期中] 已知函数  $f(x)$  的定义域为  $\mathbf{R}$ , 函数  $g(x)=f(x)+x^2$  为奇函数, 且  $g(x-4)=g(x)$ , 则  $f(-6)$  的值为 ( )

- A. -4                                B. -36  
C. 0                                 D. 36

8. [2023·辽宁营口期末] 设函数  $f(x)$  的定义域为  $\mathbf{R}$ ,  $f(x+1)-3$  为奇函数,  $f(x+2)$  为偶函数, 当  $x \in [1, 2]$  时,  $f(x)=ax^2+b$ . 若  $f(-1)+f(0)=1$ , 则  $f(\frac{2023}{2})=$  ( )

- A.  $-\frac{37}{12}$                             B.  $\frac{11}{12}$   
C.  $\frac{5}{6}$                                 D.  $\frac{2}{3}$

班级

姓名

答题卡

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

## 二、多项选择题(本大题共3小题)

9. [2023·浙江丽水期末] 已知函数  $f(x)$  的定义域为  $\mathbf{R}$ , 且  $f(0)=0, f(x-1)+1$  为奇函数, 则下列说法中正确的是 ( )

- A. 函数  $f(x)$  图象的对称中心为  $(1,1)$   
 B.  $f(-1)+1=0$   
 C.  $f(3)+f(-5)=-2$   
 D.  $f(-3)+f(1)=-2$

10. [2024·黑龙江齐齐哈尔期末] 已知  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的奇函数,  $g(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的偶函数, 且  $f(x), g(x)$  均在  $(-\infty, 0]$  上单调递增, 则一定有 ( )

- A.  $f[f(1)]>f[f(2)]$   
 B.  $f[g(1)]>f[g(2)]$   
 C.  $g[f(1)]>g[f(2)]$   
 D.  $g[g(1)]>g[g(2)]$

11. [2023·广东梅州模拟] 已知  $f(x)$  是定义在  $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$  上的奇函数, 当  $x_2 > x_1 > 0$  时,  $x_1 x_2 [f(x_1) - f(x_2)] + x_1 - x_2 > 0$  恒成立, 则 ( )

- A.  $y=f(x)-\frac{1}{x}$  在  $(-\infty, 0)$  上单调递增  
 B.  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上单调递减  
 C.  $f(2)+f(-3)>\frac{1}{6}$   
 D.  $f(2)+f(-3)<\frac{1}{6}$

## 三、填空题(本大题共3小题)

12. [2023·山东临沂期末] 已知函数  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的周期为 4 的奇函数, 若  $f(1)=1$ , 则  $f(2023)=$ \_\_\_\_\_.

13. [2024·广东珠海期末] 已知函数  $f(x)$  的定义域为  $\mathbf{R}, y=f(x-4)-1$  是偶函数, 当  $x \leq -4$  时,  $f(x)=(x+4)^2-2$ , 则不等式  $f(3x-5) > f(2x-4)$  的解集为\_\_\_\_\_.

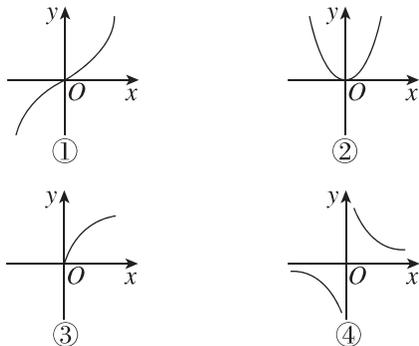
14. [2023·浙江丽水期末] 我们知道, 函数  $f(x)$  的图象关于坐标原点成中心对称的充要条件是函数  $f(x)$  为奇函数, 有同学发现可以将其推广为: 函数  $f(x)$  的图象关于点  $P(a, b)$  成中心对称的充要条件是函数  $f(x+a)-b$  为奇函数. 根据这一结论, 可以求出函数  $f(x)=x^3-x^2$  的图象的对称中心是\_\_\_\_\_.



## 第9讲 二次函数与幂函数 (时间:45分钟)

## 一、单项选择题(本大题共7小题)

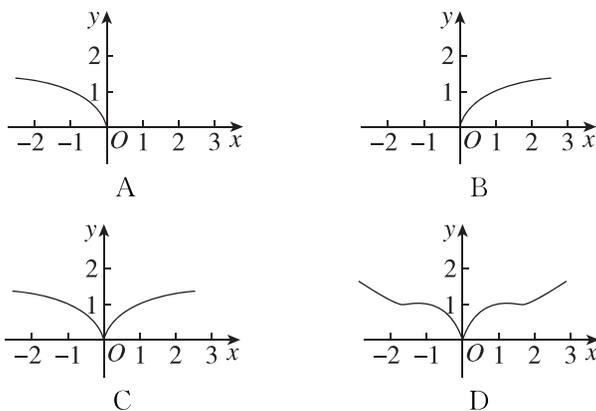
1. [2023·山东临沂模拟] 下面给出4个幂函数的图象,则图象与函数大致依次分别对应的是( )



- A.  $y=x^3, y=x^2, y=x^{\frac{1}{2}}, y=x^{-1}$   
 B.  $y=x^2, y=x^{\frac{1}{3}}, y=x^{\frac{1}{2}}, y=x^{-1}$   
 C.  $y=x^2, y=x^3, y=x^{\frac{1}{2}}, y=x^{-1}$   
 D.  $y=x^{\frac{1}{3}}, y=x^{\frac{1}{2}}, y=x^2, y=x^{-1}$
2. [2023·湖南长沙模拟] 若幂函数  $f(x)$  的图象关于  $y$  轴对称,且与  $x$  轴无公共点,则  $f(x)$  的解析式可能为 ( )

- A.  $f(x)=x^2$   
 B.  $f(x)=x$   
 C.  $f(x)=x^{-1}$   
 D.  $f(x)=x^{-2}$

3. [2023·成都模拟] 函数  $f(x)=\sqrt{|x|}$  的图象大致为 ( )



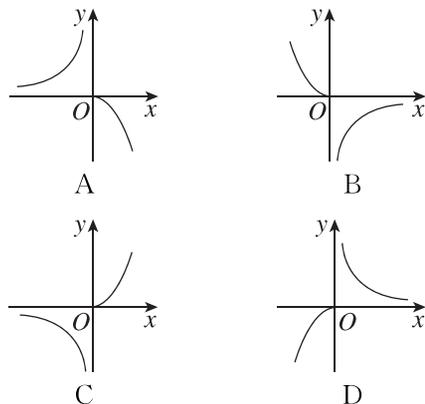
4. [2023·广东普宁华侨中学期中] 已知幂函数  $f(x)=x^{p^2-2p-3}$  ( $p \in \mathbf{N}^*$ ) 的图象关于  $y$  轴对称,且  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上单调递减,则  $p$  的值是 ( )

- A. 4  
 B. 3  
 C. 2  
 D. 1

5. [2023·四川江油中学模拟] 已知函数  $f(x)=\begin{cases} x^2, & x \geq 0, \\ \frac{1}{x}, & x < 0, \end{cases}$   $g(x)=f(-x)$ ,则函数  $g(x)$  的大致

图象是

( )



6. [2023·河北承德期中] 已知函数  $g(x)=x^2-(m-1)x+m-7$ .若函数  $g(x)$  在  $[2, 4]$  上单调,则实数  $m$  的取值范围为 ( )

- A.  $m \leq 5$   
 B.  $m \geq 9$   
 C.  $5 \leq m \leq 9$   
 D.  $m \leq 5$  或  $m \geq 9$

7. [2023·重庆七校联考] 已知幂函数  $f(x)=x^a$  的图象过点  $(\sqrt{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$ ,则下列说法中正确的是 ( )

- A.  $f(x)$  的定义域为  $\mathbf{R}$   
 B.  $f(x)$  的值域为  $\mathbf{R}$   
 C.  $f(x)$  为奇函数  
 D.  $f(x)$  为减函数

## 二、多项选择题(本大题共2小题)

8. [2024·沈阳期末] 已知  $a > 0$ , 函数  $f(x)=ax^2+bx+c$ , 若  $x_0$  满足关于  $x$  的方程  $2ax+b=0$ , 则下列命题为真命题的有 ( )

- A.  $\forall x \in \mathbf{R}, f(x) \leq f(x_0)$   
 B.  $\forall x \in \mathbf{R}, f(x) \geq f(x_0)$   
 C.  $\exists x \in \mathbf{R}, f(x) \leq f(x_0)$   
 D.  $\exists x \in \mathbf{R}, f(x) \geq f(x_0)$

9. [2023·浙江嘉兴期中] 下列有关幂函数  $f(x)=x^\alpha$  的结论中,正确的是 ( )

- A.  $f(x)$  的图象都经过点  $(1, 1)$   
 B.  $f(x)$  的图象可能出现在第四象限  
 C. 当  $\alpha = \frac{1}{2}$  时,  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上单调递增  
 D. 当  $\alpha = -1$  时,  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上单调递减

三、填空题(本大题共 3 小题)

10. [2023·西安长安模拟] 幂函数  $f(x)$  的图象过点  $(2, \sqrt{2})$ , 则函数  $g(x) = bf(x-3) + 1$  ( $b \in \mathbf{R}, b \neq 0$ ) 的图象恒过定点\_\_\_\_\_.

11. [2023·辽宁葫芦岛二模] 已知函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x, & x \leq 3, \\ \frac{1}{3}x - 1, & x > 3, \end{cases}$  则关于  $x$  的不等式  $f(1-x) < f(2-x)$  的解集为\_\_\_\_\_.

12. [2023·浙江丽水模拟] 已知函数  $f(x) = x^2 - ax - 1$  ( $a > 0$ ), 若  $f(x) < 0$  的解集中有且仅有两个整数, 则  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

四、解答题(本大题共 2 小题)

13. 已知幂函数  $f(x) = (m^2 - 3m + 3)x^{m+1}$  为偶函数.

(1) 求幂函数  $f(x)$  的解析式;

(2) 若函数  $g(x) = \frac{f(x)+1}{x}$ , 根据定义证明  $g(x)$  在区间  $(1, +\infty)$  上单调递增.

14. [2023·福建龙岩期末] 已知幂函数  $f(x) = (2m^2 - 9m + 10)x^{m-1}$  为偶函数, 且  $g(x) = f(x) + \frac{k}{x}$  ( $k \in \mathbf{R}$ ).

(1) 若  $g(2) = 5$ , 求  $k$ ;

(2) 已知  $k \leq 2$ , 若关于  $x$  的不等式  $g(x) - \frac{1}{2}k^2 > 0$  在  $[1, +\infty)$  上恒成立, 求  $k$  的取值范围.

班级

姓名

答题卡

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

## 第 11 讲 对数与对数函数 (时间:45 分钟)

## 一、单项选择题(本大题共 7 小题)

1. 若  $x \log_3 2 = 1$ , 则  $2^x =$  ( )  
 A. 2 B. 3  
 C.  $\frac{1}{2}$  D.  $\frac{1}{3}$
2. [2023·天津九校联考] 设  $\log_3 4 = a, \log_3 5 = b$ , 则  $\log_3 10 =$  ( )  
 A.  $2a + 4b$  B.  $4a - 2b$   
 C.  $\frac{1}{2}a + b$  D.  $\frac{1}{4}a + \frac{1}{2}b$
3. [2023·河北部分学校联考] 若函数  $f(x) =$   

$$\begin{cases} \log_3 x - \frac{3}{4}, & x > 1, \\ \frac{1}{x^2 + 2x + 3}, & x \leq 1, \end{cases}$$
 则  $f[f(3^{\frac{5}{3}})] =$  ( )  
 A.  $\frac{5}{17}$  B.  $\frac{17}{5}$  C.  $\frac{4}{17}$  D.  $\frac{17}{4}$
4. [2023·浙江金华十校联考] 设  $a = \log_2 3, b = \log_3 4, c = \log_4 6$ , 则 ( )  
 A.  $c < a < b$  B.  $b < c < a$   
 C.  $c < b < a$  D.  $b < a < c$
5. 若函数  $y = f(x)$  是函数  $y = a^x (a > 0, \text{且 } a \neq 1)$  的反函数且  $f(2) = 1$ , 则  $f(x) =$  ( )  
 A.  $\log_2 x$  B.  $\frac{1}{2^x}$   
 C.  $\log_{\frac{1}{2}} x$  D.  $2^{x-2}$
6. [2024·湖北荆门模拟] 设函数  $f(x)$  在定义域  $\mathbf{R}$  上满足  $f(-x) + f(x) = 0$ , 若  $f(x)$  在  $(-\infty, 0)$  上单调递减, 且  $f(-1) = 0$ , 则不等式  $f(\ln x) < 0$  的解集为 ( )  
 A.  $(0, \frac{1}{e}) \cup (e, +\infty)$   
 B.  $(0, 1) \cup (1, e)$   
 C.  $(0, \frac{1}{e}) \cup (1, e)$   
 D.  $(\frac{1}{e}, 1) \cup (e, +\infty)$
7. [2023·辽宁本溪一中期末] 若不等式  $(x-1)^2 < \log_a x (a > 0, \text{且 } a \neq 1)$  对  $x \in (1, 2]$  恒成立, 则实数  $a$  的取值范围为 ( )  
 A.  $(1, 2]$  B.  $(1, 2)$   
 C.  $(1, \sqrt{2}]$  D.  $(2, \sqrt{2})$

## 二、多项选择题(本大题共 2 小题)

8. [2023·江苏盐城六校联考] 已知正实数  $x, y, z$  满足  $3^x = 5^y = 15^z$ , 则下列说法中正确的是 ( )  
 A.  $x + y > 2z$   
 B.  $3x > 5y > 15z$   
 C.  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$   
 D.  $xy > 4z^2$
9. 声强级  $L$  (单位: dB) 与声强  $I$  (单位:  $\text{W}/\text{m}^2$ ) 之间的关系是  $L = 10 \lg \frac{I}{I_0}$ , 其中  $I_0$  指的是人耳能听到的最低声强, 对应的声强级称为闻阈. 当声强为  $1 \text{ W}/\text{m}^2$  时, 对应的声强级为 120 dB. 某歌唱家唱歌时, 声强级范围为  $[60, 70]$  (单位: dB). 下列说法中正确的是 ( )  
 A. 闻阈的声强级为 0 dB  
 B. 此歌唱家唱歌时的声强范围为  $[10^{-6}, 10^{-5}]$  (单位:  $\text{W}/\text{m}^2$ )  
 C. 如果声强变为原来的 2 倍, 那么对应声强级也变为原来的 2 倍  
 D. 声强级增加 10 dB, 则声强变为原来的 10 倍

## 三、填空题(本大题共 3 小题)

10. [2024·西安阎良区模拟]  $f(x) =$   

$$\begin{cases} x+2, & x \leq 0, \\ \log_2 x, & x > 0, \end{cases}$$
 则  $f[f(-1)] =$  \_\_\_\_\_.
11. [2023·湖北七市联考] 已知函数  $f(x) = \lg(x^2 - 2x - 8)$  的单调递增区间为  $(a, +\infty)$ , 则  $a =$  \_\_\_\_\_.
12. [2023·西安周至一模] 已知函数  $f(x) = |\log_2(x-1)|$ , 若  $x_1, x_2 \in (1, +\infty)$ , 且  $x_1 \neq x_2$ , 满足  $f(x_1) = f(x_2)$ , 则  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} =$  \_\_\_\_\_.

四、解答题(本大题共 2 小题)

13. [2024·南昌部分学校联考] 已知函数  $f(x) = \log_3(x+4) - \log_3(a-x)$ , 且  $f(-1) = -1$ .

(1) 求  $f(x)$  的定义域;

(2) 求不等式  $f(2-x) \geq f(2)$  的解集.

14. [2023·山西朔州模拟] 已知函数  $f(x) = \log_a \frac{2+3x}{2-3x}$  ( $a > 0$ , 且  $a \neq 1$ ).

(1) 求  $f(x)$  的定义域, 判断  $f(x)$  的奇偶性;

(2) 若  $f(2m-1) + f(3m-2) < 0$ , 求实数  $m$  的取值范围.

班级

姓名

答题卡

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

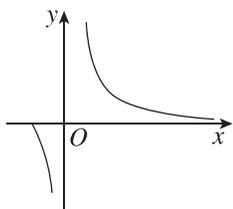
## 第12讲 函数的图象 (时间:40分钟)

## 一、单项选择题(本大题共8小题)

1. [2024·河北衡水十三中期中] 如图是函数

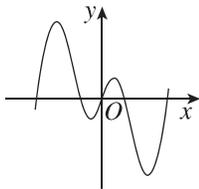
$$f(x) = \frac{\sqrt{x+a}}{x^b} \quad (a \in \mathbf{R}, b \in \mathbf{N}^*)$$

的部分图象, 则 ( )



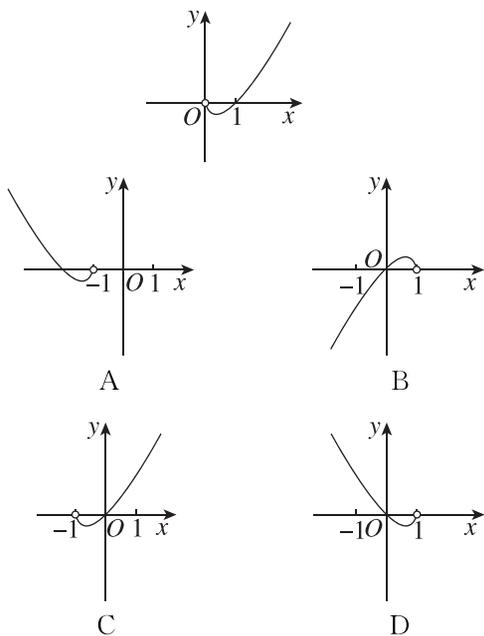
- A.  $a > 0, b$  是奇数      B.  $a < 0, b$  是奇数  
C.  $a > 0, b$  是偶数      D.  $a < 0, b$  是偶数

2. [2023·齐齐哈尔龙沙区模拟] 如图是函数  $f(x)$  的部分图象, 则  $f(x)$  的解析式可能为 ( )



- A.  $f(x) = e^x - e^{-x}$   
B.  $f(x) = -x \cos x$   
C.  $f(x) = x^2 + x \sin x$   
D.  $f(x) = (2x + \sin x) \cos x$

3. [2023·兰州模拟] 已知函数  $f(x) = x \ln x$  的图象如图所示, 则函数  $f(1-x)$  的图象为 ( )



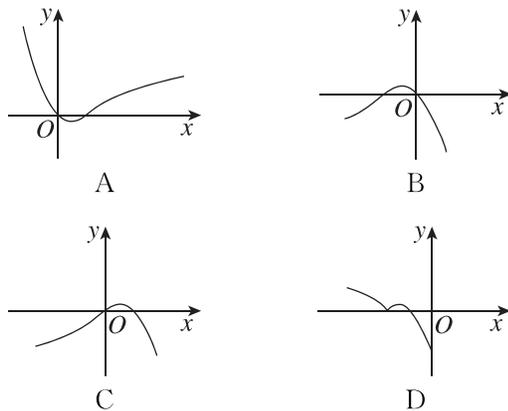
4. [2023·山东日照模拟] 函数  $f(x) = x|x-a|$  ( $a > 0$ ) 在区间  $[3, 5]$  上单调递减, 则实数  $a$  的取值范围是 ( )

- A.  $[2, 3]$       B.  $[3, 4]$   
C.  $[4, 5]$       D.  $[5, 6]$

5. 为了得到函数  $y = \lg \frac{x+3}{10}$  的图象, 只需把函数  $y = \lg x$  的图象上所有的点 ( )

- A. 向左平移 3 个单位长度, 再向上平移 1 个单位长度  
B. 向右平移 3 个单位长度, 再向上平移 1 个单位长度  
C. 向左平移 3 个单位长度, 再向下平移 1 个单位长度  
D. 向右平移 3 个单位长度, 再向下平移 1 个单位长度

6. [2024·河北保定模拟] 已知函数  $f(x) = \begin{cases} \ln x, & x \geq 1, \\ x^2 - x, & x < 1, \end{cases}$  则函数  $y = -f(-x+1)$  的大致图象是 ( )



7. [2023·浙江绍兴柯桥中学模拟] 已知函数  $f(x) = \frac{2x}{x-1}$ , 则下列结论正确的是 ( )

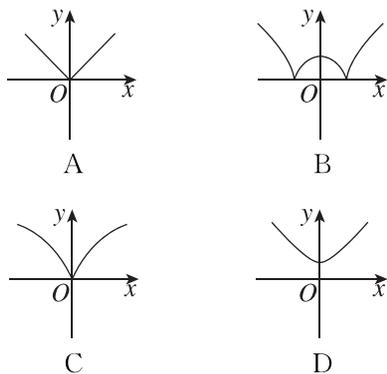
- A. 函数  $f(x)$  的图象关于点  $(1, 2)$  对称  
B. 函数  $f(x)$  在  $(-\infty, 1)$  上单调递增  
C. 函数  $f(x)$  的图象上至少存在两点  $A, B$ , 使得直线  $AB \parallel x$  轴  
D. 函数  $f(x)$  的图象关于直线  $x=1$  对称

8. 定义在  $\mathbf{R}$  上的函数  $f(x)$  对任意  $x \in \mathbf{R}$ , 都有  $f(4-2x) = f(2x)$ , 且  $f(x+1)$  为奇函数, 则下列选项正确的是 ( )

- A.  $f(2x+1) = f(2x)$
- B.  $f(2-x) = f(x)$
- C.  $f(x+2)$  为偶函数
- D.  $f(2x)$  为奇函数

二、多项选择题(本大题共 3 小题)

9. [2023 · 江苏七市调研] 已知函数  $f(x) = \sqrt{|x^2 - a|}$  ( $a \in \mathbf{R}$ ), 则  $y = f(x)$  的大致图象可能为 ( )



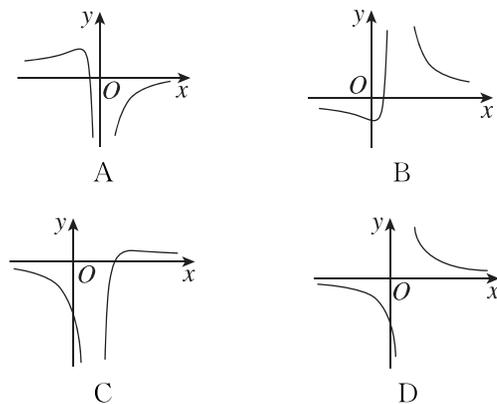
10. [2023 · 湖北十堰郧阳中学期中] 已知函数

$$f(x) = \begin{cases} 2-x, & x < 0, \\ 2-x^2, & x \geq 0, \end{cases} \text{ 则能使不等式 } f(2a +$$

$1) > f(3a-4)$  成立的实数  $a$  的值可能是 ( )

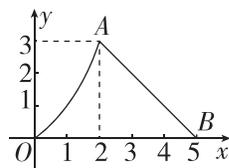
- A. -1
- B. 4
- C. 6
- D. 9

11. 已知函数  $f(x) = \frac{ax+b}{(x+c)^2}$  ( $a, b, c$  是实数且  $a > 0, b < 0, c < 0$ ), 则  $f(x)$  的图象可能是 ( )



三、填空题(本大题共 3 小题)

12. 如图, 函数  $y = f(x)$  的图象由曲线段  $OA$  和线段  $AB$  构成. 当  $0 \leq x \leq 2$  时,  $f(x) = a^x + k$  ( $a > 0$ , 且  $a \neq 1, k \in \mathbf{R}$ ), 则函数  $f(x)$  的解析式为 \_\_\_\_\_.



13. [2023 · 河北邯郸模拟] 已知  $y = f(x)$  为定义在  $\mathbf{R}$  上的偶函数, 当  $x \in [0, +\infty)$  时, 函数  $f(x)$  单调递减, 且  $f(2) = 0$ , 则  $\frac{f(x+1)}{x} \geq 0$  的解集为 \_\_\_\_\_.

14. [2023 · 盐城质检] 已知函数  $f(x) = |3 - 2x - x^2|$  的图象和直线  $2x + ay + 7 = 0$  有三个交点, 则  $a =$  \_\_\_\_\_.



## 第13讲 函数的零点与方程的解(B) (时间:30分钟)

### 一、单项选择题(本大题共5小题)

1. [2023·浙江衢州模拟] 函数  $f(x) = x + e^x$  的零点所在的区间为 ( )

A.  $(-\frac{1}{2}, 0)$       B.  $(-1, -\frac{1}{2})$

C.  $(0, \frac{1}{2})$       D.  $(\frac{1}{2}, 1)$

2. [2023·广东梅州二模] 用二分法求方程

$$\log_4 x - \frac{1}{2x} = 0$$

的近似解时,所取的第一个区间可以是 ( )

A.  $(0, 1)$       B.  $(1, 2)$

C.  $(2, 3)$       D.  $(3, 4)$

3. [2023·山东菏泽鄄城模拟] 在使用二分法计算

$$f(x) = 2^{x-2} + x - 2$$

的零点的近似解时,现已知其所在的区间为  $(1, 2)$ ,如果要求近似解的精确度为  $0.1$ ,则接下来至少需要计算区间中点的函数值的次数为 ( )

A. 2      B. 3      C. 4      D. 5

4. [2024·江苏镇江扬中二中质检] 已知函数

$$f(x) = \left(\frac{1}{e}\right)^{|x|} + 1$$

,若函数  $g(x) = 2[f(x)]^2 - (2a+3)f(x) + 3a$  有4个零点,则实数  $a$  的取值范围是 ( )

A.  $(1, 2)$       B.  $[\frac{3}{2}, 2)$

C.  $(0, \frac{3}{2}) \cup (\frac{3}{2}, 2)$       D.  $(1, \frac{3}{2}) \cup (\frac{3}{2}, 2)$

5. [2023·四川自贡诊断] 若函数  $f(x) =$

$$\frac{3^{x-2} + 3^{-x+2}}{m} + x^2 - 4x$$

有唯一的零点,则  $m =$  ( )

A. 2      B.  $\frac{1}{2}$       C. 3      D.  $\frac{1}{3}$

### 二、多项选择题(本大题共2小题)

6. [2023·长春外国语学校期末] 某同学用二分法

求函数  $f(x) = 2^x + 3x - 7$  的零点时,计算出如下

结果: $f(1.5) \approx 0.33, f(1.25) \approx -0.87, f(1.375) \approx$

$-0.28, f(1.4375) \approx 0.02, f(1.40625) \approx -0.13$ .

下列说法正确的有 ( )

A.  $f(x)$  的零点在区间  $(1.375, 1.40625)$  内

B.  $f(x)$  的零点在区间  $(1.25, 1.4375)$  内

C.  $f(x)$  的零点的近似值(精确度为  $0.1$ )可取为  $1.375$

D.  $f(x)$  的零点的近似值(精确度为  $0.1$ )可取为  $1.5$

7. [2023·石家庄模拟] 已知函数  $f(x) =$

$$\begin{cases} x^2 - 2x + t, & x \leq 0, \\ 2\ln(x+1) - 1, & x > 0, \end{cases}$$

若函数  $y = f[f(x)]$  恰好

有4个不同的零点,则实数  $t$  的取值可以是 ( )

A.  $-3$       B.  $-2$       C.  $0$       D.  $2$

### 三、填空题(本大题共2小题)

8. [2023·辽宁铁岭清河中学期末] 已知函数

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x}, & x \leq 0, \\ x + \log_2 x, & x > 0, \end{cases}$$

则函数  $y = f(x) - 3$  的零点为\_\_\_\_\_.

9. [2023·沈阳模拟] 已知函数  $f(x)$  同时满足下列两个条件:①  $f(0)f(2) < 0$ ;②  $f(x)$  无零点.

写出一个符合题意的函数  $f(x) =$ \_\_\_\_\_.(结果不能写成分段函数的形式)

### 四、解答题(本大题共1小题)

10. [2023·河南焦作模拟] 已知函数  $f(x) =$

$$\frac{2}{x-1}, g(x) = \log_2(x-1).$$

(1)若  $\lambda > 0$ ,函数  $h(x) = f(x) - \lambda g(x)$  在区间

$(3, 5)$  上存在零点,求  $\lambda$  的取值范围;

(2)若  $a > 1$ ,且对任意  $x_1 \in [a, a+3]$ ,都存在

$x_2 \in [a, a+3]$ ,使得  $f(x_1) \leq g(x_2)$  成立,求  $a$

的取值范围.

## 第15讲 导数的概念及其意义、导数的运算 (时间:45分钟)

## 一、单项选择题(本大题共7小题)

1. [2023·南京模拟] 函数  $f(x)=x^2$  在  $[1,2]$  上的平均变化率为 ( )
- A. 1                                      B.  $\frac{9}{4}$
- C. 3                                        D. 4
2. [2023·河南驻马店模拟] 定义在  $\mathbf{R}$  上的函数  $f(x)$  在区间  $[2, 2+\Delta x]$  ( $\Delta x > 0$ ) 内的平均变化率为  $\frac{\Delta y}{\Delta x} = (\Delta x)^2 + 2\Delta x + 1$ , 其中  $\Delta y = f(2+\Delta x) - f(2)$ , 则函数  $f(x)$  在  $x=2$  处的导数  $f'(2) =$  ( )
- A. -1                                      B. 1
- C. 3                                        D. 9
3. [2023·福建龙岩模拟] 已知函数  $f(x) = \cos x - 4x$ , 则  $f'(\frac{\pi}{2}) =$  ( )
- A. -5                                      B. -10
- C. -3                                      D. -6
4. [2023·福建厦门模拟] 直线  $l$  与两条曲线  $y = e^x + 1$  和  $y = e^{x+1}$  均相切, 则  $l$  的斜率为 ( )
- A.  $\frac{1}{2}$                                       B. 1
- C. 2                                        D.  $e$
5. [2023·山东东营期末] 已知  $a$  为实数, 函数  $f(x) = 3x^3 + 2ax^2 + (2+a)x$  的导函数为  $f'(x)$ , 且  $f'(x)$  是偶函数, 则曲线  $y = f(x)$  在点  $(1, f(1))$  处的切线方程为 ( )
- A.  $11x - y - 6 = 0$
- B.  $9x + y - 6 = 0$
- C.  $5x - 11y + 2 = 0$
- D.  $6x + 5y - 11 = 0$
6. [2023·四川资阳模拟] 过坐标原点可以作曲线  $y = (x+a)e^x$  的两条切线, 则  $a$  的取值范围是 ( )
- A.  $(-e, 0)$
- B.  $(-4, 0)$
- C.  $(-\infty, -e) \cup (0, +\infty)$
- D.  $(-\infty, -4) \cup (0, +\infty)$

7. 若一条直线与曲线  $y = \ln x$  和曲线  $x^2 = 2py$  ( $p > 0$ ) 相切于同一点  $M$ , 则  $p$  的值为 ( )
- A.  $e$                                       B.  $\frac{1}{e^2}$
- C.  $e^2$                                       D.  $\frac{1}{e}$

## 二、多项选择题(本大题共2小题)

8. [2023·江西九江德安一中期末] 做直线运动的物体, 从时刻  $t$  到  $t+\Delta t$  的位移为  $\Delta s$ , 则下列说法错误的是 ( )
- A.  $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$  表示从时刻  $t$  到  $t+\Delta t$  该物体的平均速度
- B.  $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$  表示从时刻  $t$  到  $t+\Delta t$  该物体位移的平均变化率
- C.  $\frac{\Delta s}{\Delta t}$  表示该物体在  $t$  时刻的瞬时速度
- D.  $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$  表示该物体在  $t$  时刻的瞬时速度
9. [2023·安徽芜湖质检] 已知函数  $f(x) = e^x + 3$  ( $e$  是自然对数的底数), 则下列结论正确的是 ( )
- A. 曲线  $y = f(x)$  的切线斜率可以是 -1
- B. 曲线  $y = f(x)$  的切线斜率可以是 2
- C. 过点  $(0, 3)$  且与曲线  $y = f(x)$  相切的直线有且只有 1 条
- D. 过点  $(1, 5)$  且与曲线  $y = f(x)$  相切的直线有且只有 2 条
- 三、填空题(本大题共3小题)
10. [2023·辽宁锦州期末] 已知函数  $f(x) = 3x^2 + 1$ , 则  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(1+\Delta x) - f(1)}{\Delta x} =$  \_\_\_\_\_.
11. [2024·陕西汉中多校四联] 函数  $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x}$  的图象在点  $(1, f(1))$  处的切线方程为 \_\_\_\_\_.
12. 已知  $f(x) = x^3 + x - 3x^{\frac{1}{3}}$  的图象在  $x=1$  处的切线与  $g(x) = a \cos x$  的图象在  $x = \frac{\pi}{2}$  处的切线平行, 则  $a$  的值为 \_\_\_\_\_.

四、解答题(本大题共2小题)

13. [2023·山东菏泽模拟] 已知函数  $f(x) = (3x+1)^2 \ln(3x)$ .

(1) 求  $f(x)$  的导数;

(2) 求  $f(x)$  的图象在点  $(\frac{1}{3}, 0)$  处的切线方程.

14. 已知函数  $f(x) = ax + \frac{b}{x} (4a > b > 0)$  的图象过点  $(2, \frac{5}{2})$ , 且当  $x \in (0, +\infty)$  时,  $f(x)$  的最小值为  $\sqrt{6}$ .

(1) 求  $a, b$  的值;

(2) 当  $x > 0$  时, 求  $f(x)$  的图象上的动点  $M$  到直线  $l: y = \frac{1}{4}x$  距离的最小值.

班级

姓名

答题卡

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12